

# Relációs tervezés példák

A tankönyv oldalszámait  $p/q$ TK alakban jelölöm, ahol  $q$  a 3. kiadásban szereplő oldalszám.

A többértékű függések témája a BSc képzés anyagában nem szerepel, az ehhez kapcsolódó feladatokat \*-gal jelöltem.

Az első néhány feladat szövege így kezdődik: Adott az  $R$  relációs séma és a rajta értelmezett funkcionális és többértékű függőségek  $F$  halmaza. Kérdések:

- mi a függéshalmaz lezárása ( $F^+$ )?
- adjuk meg a függéshalmaz egy minimális fedését!
- mik a superkulcsok?
- mik a kulcsok?
- mik az elsődleges attribútumok?
- mik a másodlagos attribútumok?
- melyik (legmagasabb) normálformában van?
- bontsuk függőségörzően, veszteségmentesen 3NF-be (és esetleg 4NF-be)!
- bontsuk veszteségmentesen 4NF-be!\*

## Feladatok

**0.**  $RSZÓTÁR(SZERZŐ, CÍM, NYELV^*) = R(SCN)$ .

*Megoldás.* A függések lezárása üres. A reláció 0NF-ben van, az egyetlen kulcs és superkulcs az egész  $R$ , minden attribútum elsődleges. 1NF-be bontás:  $\rho = \{SC, SN\}$ . Ez egyúttal 4NF is, mert nincs többértékű függőség és max 2 attribútum van. Függőségörzés és veszteségmentesség garantált.

**1.**  $R(ABC), B \rightarrow C$ .

*Megoldás.* A függések lezárása  $B \rightarrow C$ , a minimális fedés is ez.  $B$  minden superkulcsnak eleme, mert őt senki sem határozza meg. Hasonlóan  $A$  is. Tehát a superkulcsok:  $ABC$  és  $AB$ , ezek közül csak  $AB$  kulcs, mert belőle nem hagyható el attribútum, hogy még mindig superkulcs maradjon,  $ABC$ -ből viszont elhagyható ( $C$ ). Az elsődleges attribútumok a kulcsok elemei, tehát  $A$  és  $B$ .  $C$  másodlagos.

1NF-ben van (mivel minden attribútum atomi), de nem 2NF, mert van olyan másodlagos attribútum ( $C$ ), ami függ egy kulcs ( $AB$ ) valódi részhalmazától ( $B$ -től). A  $\rho = \{AB, BC\}$  felbontás függőségörző (mivel az összes függőség ( $B \rightarrow C$ ) következik a vetített függőségből ( $B \rightarrow C$ ). Veszteségmentes is, a 83/89TK megjegyzése alapján ( $R_1 := BC, R_2 := AB$ ).  $AB$  és  $BC$  4NF, mivel maximum két attribútumból állnak.

## 2. $R(DOB), D \rightarrow OB, O \rightarrow B, B \rightarrow O$ .

*Megoldás.* A függéshalmaz lezárása:  $D \rightarrow OB, D \rightarrow O, D \rightarrow B, O \rightarrow B, B \rightarrow O$  és a triviálisak. A minimális fedés:  $D \rightarrow O, O \rightarrow B, B \rightarrow O$ .  $D$  minden kulcsnak eleme, mert őt nem határozza meg senki. Viszont  $D$  már önmagában kulcs, mert ő mindenkit meghatároz. Tehát az egyetlen kulcs  $D$ , a superkulcsok:  $D, DO, DB, DOB$ .  $D$  elsődleges attribútum (mert eleme egy kulcsnak),  $B$  és  $O$  viszont nem.

2NF-ben van (mert minden kulcs egyszerű), de nem 3NF, mert az  $O \rightarrow B$  függésben nem igaz, hogy ( $O$  superkulcs vagy  $B$  elsődleges). A minimális fedésből kiindulva a  $\varrho_0 = \{DO, DB, OB, BO, D\}$  felbontás 93/92TK alapján 3NF, függőségőrző és veszteségmentes.  $\varrho_1$ -ből  $D$  elhagyható, mert részhalmaza egy másik részsémának ( $DO$ ). Ugyanígy  $BO$  is elhagyható. Tehát a  $\varrho_1 = \{DO, DB, OB\}$  is veszteségmentes, függőségőrző 3NF-be bontás. Mivel minden részséma max 2-elemű, és nincsenek többértékű függőségek, ezért 4NF is.

Egy másik lehetséges veszteségmentes felbontás (BCNF-be, 94/93TK alapján): az  $O \rightarrow B$  (a könyvben  $X \rightarrow A$ ) függőség megsérti a BCNF tulajdonságot, mert  $O$  nem superkulcs.  $R_1 := XA = OB, R_2 := R \setminus A = DO$ . A  $\varrho_2 = \{OB, DO\}$  felbontásnak minden részsémája BCNF, mert minden részséma max 2-elemű (és 4NF is, mert nincs többértékű függőség). Ez a felbontás veszteségmentes és függőségőrző, mert az  $OB$ -re vetített függőségek ( $F^+$  alapján!):  $O \rightarrow B, B \rightarrow O$  és a triviálisak; a  $DO$ -ra vetített függőségek:  $D \rightarrow O$  és a triviálisak; ezek uniójának lezártja ( $O \rightarrow B, B \rightarrow O, D \rightarrow O, D \rightarrow B$  és a triviálisak) visszaadja a teljes  $F^+$ -t.

94/93TK alapján máshogyan,  $O \rightarrow B$ -ből kiindulva is BCNF-be bonthatunk, az előzőekhez hasonlóan belátható (szimmetriaokokból), hogy ez is függőségőrző lesz.

## 3. $S(MAJOR), MR \rightarrow A, MAJ \rightarrow OM, MO \rightarrow RAJ$ .

*Megoldás.* A továbbiakban egy  $H$  halmaz bővítményein azokat a halmazokat értem, melyeknek  $H$  részhalmaza. A függéshalmaz lezárása:  $MO \rightarrow MAJOR$  és halmazai (értsd:  $MO$  egy bővítménye meghatározza  $MAJOR$ -t és részhalmaza-it),  $MR \rightarrow MAR$  és halmazai,  $MAJ \rightarrow MAJOR$  és halmazai; és a triviálisak. Egy minimális fedés:  $MR \rightarrow A, MAJ \rightarrow O, OM \rightarrow R, OM \rightarrow J$ .

A kulcsok:  $MAJ, OM, MRJ$ . Ezek tényleg superkulcsok és minimálisak. Több kulcs nincs, ugyanis bármely négyelemű attribútumhalmaz tartalmazza  $OM$ -et, ami kulcs, tehát ő nem lehet kulcs. Egyelemű kulcs nincs, mivel minden függőség bal oldala legalább kételemű. Maradnak tehát a kételemű és a háromelemű kulcsjelöltek (összesen  $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = 20$  db), ezeket kézzel ellenőrizve azt kapjuk, hogy nincs más kulcs. A superkulcsok a kulcsok bővítményei.

Mindenki ( $MAJOR$ ) elsődleges attribútum, mert mindenki eleme valamelyik kulcsnak. Másodlagos attribútum nincs, épp ezért 3NF. Viszont nem BCNF, mert  $MR \rightarrow A$ -ban  $MR$  nem superkulcs. Az egyelemű  $\varrho_1 = \{MAJOR\}$  felbontás triviálisan függőségőrző, veszteségmentes 3NF-be bontás.

BCNF-be bontás (94/93TK alapján):  $MR \rightarrow A$  az előzőek miatt sérti a BCNF

tulajdonságot, bontsuk tehát  $\{MAR, ROJM\}$ -ra. A részsémákra vetített függőségek:  $MR \rightarrow A$  és bővítményei és a triviálisak; illetve  $OM \rightarrow RJ$  és bővítményei és  $MRJ \rightarrow O$  és bővítményei és a triviálisak. (Rögtön látszik, hogy a felbontás nem függőségőrző, mert újraegyesítéskor pl.  $MAJ \rightarrow O$  elvész.)  $MAR$  már BCNF, mert  $MR \rightarrow A$ -ban  $MR$  szuperkulcs.  $ROJM$  is BCNF, mert  $OM \rightarrow RJ$ -ben  $OM$  szuperkulcs és  $MRJ \rightarrow O$ -ban  $MRJ$  szuperkulcs. Mindkét részséma 4NF, mert nincs többértékű függőség. Így tehát  $\rho_2 = \{MAR, ROJM\}$  egy veszteségmentes, nem függőségőrző, 4NF-be bontás.

**B.\***  $R(TANTÁRGY, OKTATÓ, JEGYZET) = R(TOJ), T \twoheadrightarrow J$ .

*Megoldás.* Mivel nincs funkcionális függőség, ezért a séma BCNF, a függéshalmaz lezárása és minimális fedése üres, csak a teljes  $TOJ$  szuperkulcs és kulcs, mindenki  $(TOJ)$  elsődleges.

Vajon 4NF-e a séma? 97/97TK alapján a 4NF-be tartozás feltételét sérti  $T \twoheadrightarrow J$ , mert  $J$  nem üres,  $J$  nem részhalmaza  $T$ -nek,  $TJ$ -n kívül van más attribútum is ( $O$ ), és  $T$  mégsem szuperkulcs. Bontsuk fel a sémát e sértő függőség alapján:  $\rho = \{TJ, TO\}$ . Mindkét részséma 4NF, mert max két attribútumú. A felbontás veszteségmentes, hiszen ugyancsak 97/97TK alapján,  $R_1 = TJ, R_2 = TO$  választással  $(R_1 \cap R_2 = T) \twoheadrightarrow (J = R_1 \setminus R_2)$ . A felbontás jelenleg függőségőrző, de ez általános esetben (csakúgy, mint BCNF-nél) nem garantálható.

**4.\***  $R(TANTÁRGY, JEGYZET) = R(TJ), T \twoheadrightarrow J$ .

*Megoldás.* Mivel nincs funkcionális függőség, ezért a séma BCNF, a függéshalmaz lezárása és minimális fedése üres, csak a teljes  $TOJ$  szuperkulcs és kulcs, mindenki  $(TOJ)$  elsődleges. Mivel max 2 attribútum van, ezért 4NF.

**5.**  $R(VÁROS, ÚT, IR\_SZÁM) = R(VUI). VU \rightarrow I, I \rightarrow V$ .

*Megoldás.* A függéshalmaz lezárása  $VU \rightarrow$  bármi,  $VUI \rightarrow$  bármi,  $I \rightarrow V, UI \rightarrow V$  és a triviálisak. A minimális fedés  $VU \rightarrow I, I \rightarrow V$ . A szuperkulcsok  $VUI, VU, UI$ . Ezek között  $VU, UI$  kulcs. Minden attribútum elsődleges.

3NF-ben van, mert  $VU \rightarrow I$ -ben  $VU$  szuperkulcs,  $I \rightarrow V$ -ben pedig  $V$  elsődleges. Nincs BCNF-ben, mert  $I \rightarrow V$ -ben  $I$  nem szuperkulcs.

Legyen  $\rho = \{R_1, R_2\}$  egy nemtriviális veszteségmentes felbontása. Szimmetriakokból feltehetjük, hogy  $|R_1| \geq |R_2|$ . A 88/87TK alján levő tétel miatt  $R_1 \cap R_2 \supseteq VU$  vagy  $R_1 \cap R_2 \supseteq I$ . Az előbbi nem lehetséges (mert ellenkező esetben a nemtrivialisítás miatt  $R_1 \not\supseteq R_2$ , amit viszont nem tudunk elkerülni), tehát  $R_1 \cap R_2 \supseteq I$ .  $|R_2| \neq 1$  (mert ellenkező esetben  $R_2 = I$ , és emiatt  $R_1 \supseteq R_2$ , ami ellentmond a nemtrivialisításnak).  $|R_1| \neq 3$  (mert ellenkező esetben szintén  $R_1 \supseteq R_2$  lenne), tehát  $R_1$  és  $R_2$  is kételemű, közös elem az  $I$ .  $R_1 \cup R_2 = UVUI$  miatt csak  $R_1 = UI, R_2 = VI$  (vagy fordítva) lehetséges. Ez a felbontás valóban veszteségmentes, hiszen  $(R_1 \cap R_2 = I) \twoheadrightarrow (V = R_2 \setminus R_1)$ . A részsémák BCNF-ek, mivel max 2 attribútumuk van.

Vajon az egyetlen veszteségmentes BCNF-felbontás függőségőrző-e? A vetített függőségek lezártja  $UI$ -re csak a triviálisak,  $VI$ -re pedig  $I \rightarrow V$  és a triviálisak. Ezek uniójának lezártja  $I \rightarrow V$  és a triviálisak. A  $VU \rightarrow I$  függőség elveszett,

tehát a felbontás nem függőségőrző. Ezzel beláttuk, hogy a séma nem bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően BCNF-be (tehát 4NF-be sem).

**7.** Adjunk példát olyan sémára, ami 0NF, de nem 1NF.

*Megoldás.* A 0. feladat példája megfelelő. Egyébként bármely, nem atomi attribútumot tartalmazó séma megteszi.

**8.** Adjunk példát olyan sémára, ami 1NF, de nem 2NF (és nem 0NF).

*Megoldás.* Az 1. feladat példája megfelelő.

Megjegyzés: a feladatot helyesebb lenne úgy kitűzni, hogy „adjunk példát olyan sémára és a rajta értelmezett függőségekre...”

**9.** Adjunk példát olyan sémára, ami 2NF, de nem 3NF.

*Megoldás.* A 2. feladat példája megfelelő.

**10.** Adjunk példát olyan sémára, ami 3NF, de nem BCNF.

*Megoldás.* A 3. feladat példája megfelelő.

**11.** Adjunk példát olyan sémára, ami BCNF, de nem 4NF.

*Megoldás.* A B. feladat példája megfelelő.

**12.** Adjunk példát olyan sémára, ami 1NF.

*Megoldás.* Bármely, csak atomi attribútumokat tartalmazó séma megteszi, pl.  $R(AB)$ ,  $A \rightarrow B$ .

**13.** Adjunk példát olyan sémára, ami 2NF.

*Megoldás.* Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy csak egyszerű kulcsokat tartalmazó séma, vagy csak elsődleges attribútumokat tartalmazó séma megteszi, pl.  $R(AB)$ ,  $A \rightarrow B$ .

**14.** Adjunk példát olyan sémára, ami 3NF.

*Megoldás.* Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy baloldalon csak szuperkulcsokat tartalmazó séma, vagy csak elsődleges attribútumokat tartalmazó séma megteszi, pl.  $R(AB)$ ,  $A \rightarrow B$ .

**15.** Adjunk példát olyan sémára, ami BCNF.

*Megoldás.* Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy baloldalon csak szuperkulcsokat tartalmazó séma megteszi, pl.  $R(AB)$ ,  $A \rightarrow B$ .

**16.\*** Adjunk példát olyan sémára, ami 4NF.

*Megoldás.* Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy baloldalon csak szuperkulcsokat tartalmazó séma megteszi, pl.  $R(AB)$ ,  $A \rightarrow B$ .

**17.** Adjunk példát olyan sémára, ami 2NF, de nem 1NF.

*Megoldás.* Ilyen séma nincsen, mert a 2NF definíciójánál kikötöttük, hogy 1NF-nek kell lennie.

**18.** Adjunk példát olyan sémára, ami 3NF, de nem 2NF.

*Megoldás.* Ilyen séma nincsen, 84/84TK alján/tetején ez be is van bizonyítva. Itt is bebizonyítom. Tegyük fel, hogy mégis van ilyen  $R$  séma.  $R$  nem 2NF, tehát (a 2NF definíciója alapján) van olyan  $A$  másodlagos attribútuma, amely függ  $R$  valamely  $X$  kulcsának valamely  $Y$  valódi részalmazától.  $X \rightarrow Y$  (mert  $X$  kulcs).  $Y \not\rightarrow X$  (mert  $Y \rightarrow X$  esetén  $Y$  mindenkit meghatározna, tehát szuperkulcs lenne, tehát tartalmazna egy  $Z$  kulcsot, de ekkor  $X$  nem lenne minimális  $X \supset Y \supseteq Z$  miatt).  $Y \rightarrow A$  (mert feltettük)  $A \notin Y$  (mert  $A \in Y \subset X$  esetén  $A \in X$ ,  $A$  elsődleges lenne). A fentiek miatt viszont  $A$  és  $X$  létezése ellentmond a 3NF első definíciójának (83/82TK).  $\square$

**19.** Adjunk példát olyan sémára, ami BCNF, de nem 3NF.

*Megoldás.* Ilyen séma nincsen. Bizonyítás. Egy BCNF séma minden nemtriviális  $X \rightarrow A$  függőségére igaz (a BCNF második definíciója, 85/84TK miatt), hogy  $X$  szuperkulcs. Ez viszont azt jelenti, hogy az  $X \rightarrow A$  függőség kielégíti a 3NF második definíciójának feltételét (nevezetesen:  $X$  szuperkulcs vagy  $A$  másodlagos). Tehát a séma 3NF is.  $\square$

Megjegyzés: az első definíciókból is azonnal látszik.

**20.\*** Adjunk példát olyan sémára, ami 4NF, de nem BCNF.

*Megoldás.* Ilyen séma nincsen. Bizonyításvázlat: a két szuperkulcsos definíciót kell figyelembe venni (85/84TK és 97/97TK). A BCNF definícióját értelemszerűen terjesszük ki  $X \rightarrow A$ -ról  $X \rightarrow Y$ -ra. Ha  $|\Omega| > |XY|$  a BCNF-re nem teljesül, akkor  $X$  máris szuperkulcs, készen vagyunk. Vegyük figyelembe, hogy  $X \rightarrow Y$ -ből következik, hogy  $X \twoheadrightarrow Y$  (például úgy, hogy a többértékű függőség 97/96TK definíciójában  $t_4 := t_1, t_3 := t_2$ -t választunk).

**21.** Adjunk példát olyan sémára, amely nem 2NF, de felbontható veszteségmentesen és függőségörzően 2NF-be.

*Megoldás.* Az 1. feladat példája megfelelő. Ott egy felbontást is megadtunk (4NF-be, amiből már következik, hogy 2NF).

**22.** Adjunk példát olyan sémára, amely nem 3NF, de felbontható veszteségmentesen és függőségörzően 3NF-be.

*Megoldás.* Az 1. és a 2. feladatok példái megfelelők. Ott a felbontást is megadtunk (4NF-be is, amiből már következik, hogy 3NF).

**23.** Adjunk példát olyan sémára, amely nem BCNF, de felbontható veszteségmentesen és függőségörzően BCNF-be.

*Megoldás.* Az 1. és a 2. feladatok példái megfelelők. Ott a felbontást is megadtunk (4NF-be is, amiből már következik, hogy BCNF).

**24.\*** Adjunk példát olyan sémára, amely nem 4NF, de felbontható veszteségmentesen és függőségörzően 4NF-be.

*Megoldás.* Az 1. és a 2. feladatok példái megfelelők. Ott a felbontást is megadtunk.

**25.** Adjunk példát olyan sémára, amely nem 2NF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően 2NF-be.

*Megoldás.* Nincs ilyen séma, a 92/92TK alján/tetején levő tétel miatt mindenkinek létezik veszteségmentes és függőségőrző felbontása 3NF-be, tehát 2NF-be is.

**26.** Adjunk példát olyan sémára, amely nem 3NF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően 3NF-be.

*Megoldás.* Nincs ilyen séma, a 92/92TK alján/tetején levő tétel miatt mindenkinek létezik veszteségmentes és függőségőrző felbontása 3NF-be.

**27.** Adjunk példát olyan sémára, amely nem BCNF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően BCNF-be.

*Megoldás.* Az 5. feladat példája megfelelő. Ott az állítást be is bizonyítottuk.

**28.\*** Adjunk példát olyan sémára, amely nem 4NF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően 4NF-be.

*Megoldás.* Az 5. feladat példája megfelelő. Ott az állítást be is bizonyítottuk (BCNF-re, de ha valaki nem BCNF, akkor 4NF se lehet).

**29.\*** Adjunk példát olyan sémára, amely nem bontható fel veszteségmentesen 4NF-be.

*Megoldás.* Ilyen séma nincsen, lásd a 98/97TK tetején/közepén levő megjegyzést. Annak bizonyítása, hogy mindenki felbontható, hasonlóan megy mint BCNF-re: rekurzívan mindig két részre vágjuk, lásd még 97/97TK.